

Reg. No. : .....

Code No. : 21133

Sub. Code : JMMA 11/  
JMMC 11

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
APRIL 2018.

First Semester

Mathematics — Main

(Also common to Maths with Computer Application)

CALCULUS

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1.  $y = e^x$  என்ற வளைவரை  $y$ -அச்சில் வெட்டும் புள்ளியில் வளைவு ஆரம் \_\_\_\_\_.

(அ) 1

(ஆ)  $\sqrt{2}$

(இ)  $2\sqrt{2}$

(ஈ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

The radius of curvature of the curve  $y = e^x$  at the point where it crosses the  $y$ -axis

- (a) 1 (b)  $\sqrt{2}$   
 (c)  $2\sqrt{2}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம்  $r$  எனில் அதன் வளைவு ஆரம்

- (அ)  $r$  (ஆ)  $\frac{1}{r}$   
 (இ)  $r^2$  (ஈ)  $\frac{1}{r^2}$

If the radius of a circle is  $r$ , then its radius of curvature is

- (a)  $r$  (b)  $\frac{1}{r}$   
 (c)  $r^2$  (d)  $\frac{1}{r^2}$

3.  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3axy$  என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடு

- (அ)  $x + y = 0$  (ஆ)  $x + y = a$   
 (இ)  $x + y = 3a$  (ஈ)  $x + y + a = 0$

The asymptote of the curve  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3axy$  is

- (a)  $x + y = 0$  (b)  $x + y = a$   
 (c)  $x + y = 3a$  (d)  $x + y + a = 0$

ஒரு புள்ளியானது கணுப்புள்ளி எனில்  $\frac{\partial^2 f}{\partial h \partial k}$  \_\_\_\_\_

$$\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial k^2}$$

- (அ)  $<$  (ஆ)  $>$   
 (இ)  $=$  (ஈ)  $\neq$

A point is a node if  $\frac{\partial^2 f}{\partial h \partial k}$  \_\_\_\_\_  $\frac{\partial^2 f}{\partial h^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial k^2}$ .

- (a)  $<$  (b)  $>$   
 (c)  $=$  (d)  $\neq$

$x^2 y^2 = a^2(x^2 - y^2)$  என்ற வளைவரை \_\_\_\_\_ ஐப் பொறுத்து சமச்சீரானது.

- (அ)  $x$ -அச்ச (ஆ)  $y$ -அச்ச  
 (இ) (அ) மற்றும் (ஆ) (ஈ) ஏதுமில்லை

The curve  $x^2y^2 = a^2(x^2 - y^2)$  is symmetric with respect to

- (a)  $x$ -axis (b)  $y$ -axis  
(c) (a) and (b) (d) none

6.  $xy = c^2$  என்ற வளைவரை \_\_\_\_\_ ஐப் பொறுத்த சமச்சீரானது.

- (அ) ஆதி  
(ஆ)  $y = x$  என்ற கோடு  
(இ) (அ) மற்றும் (ஆ)  
(ஈ) ஏதுமில்லை

The curve  $xy = c^2$  is symmetric with respect to \_\_\_\_\_.

- (a) the origin (b) the line  $y = x$   
(c) both (a) and (b) (d) none

7.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx =$

- (அ)  $\frac{5}{32}$  (ஆ)  $\frac{5\pi}{32}$   
(இ)  $\frac{32}{5}$  (ஈ)  $\frac{32\pi}{5}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx =$

- (a)  $\frac{5}{32}$  (b)  $\frac{5\pi}{32}$   
(c)  $\frac{32}{5}$  (d)  $\frac{32\pi}{5}$

8.  $\int_0^a f(x) dx =$  \_\_\_\_\_.

- (அ)  $\int_a^0 f(x) dx$  (ஆ)  $\int_0^a f(a-x) dx$   
(இ)  $\int_0^a f(x-a) dx$  (ஈ)  $\int_0^a f(a) dx$

$\int_0^a f(x) dx =$  \_\_\_\_\_.

- (a)  $\int_a^0 f(x) dx$  (b)  $\int_0^a f(a-x) dx$   
(c)  $\int_0^a f(x-a) dx$  (d)  $\int_0^a f(a) dx$

9.  $\Gamma(1) =$

(அ)  $\sqrt{\pi}$

(ஆ) 1

(இ)  $\frac{1}{2}$

(ஈ)  $\beta(1,1)$

$\Gamma(1) =$

(a)  $\sqrt{\pi}$

(b) 1

(c)  $\frac{1}{2}$

(d)  $\beta(1,1)$

10.  $\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx =$

(அ)  $\frac{7!8!}{15!}$

(ஆ)  $\frac{6!7!}{15!}$

(இ)  $\frac{7!8!}{16!}$

(ஈ)  $\frac{8!9!}{16!}$

$\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx =$

(a)  $\frac{7!8!}{15!}$

(b)  $\frac{6!7!}{15!}$

(c)  $\frac{7!8!}{16!}$

(d)  $\frac{8!9!}{16!}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ)  $x^4 + y^4 = 2$  என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் (1, 1) என்ற புள்ளியில் காண்.

Find the radius of curvature of the curve  $x^4 + y^4 = 2$  at the point (1, 1).

Or

(ஆ)  $r = a(1 - \cos \theta)$  என்ற நெஞ்சுவளையின்  $p-r$  சமன்பாடு காண்.

Find the  $p-r$  equation of the cardioid  $r = a(1 - \cos \theta)$ .

12. (அ)  $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$  என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்.

Find the asymptotes of the curve  $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ .

Or

(ஆ)  $x^4 - 2ax^2y - axy^2 + a^2y^2 = 0$  என்ற வளைவரையில் ஆதியில் இரண்டாம் வகையான ஒற்றை முகடு இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that at the origin there is a single cusp of the second species on the curve  $x^4 - 2ax^2y - axy^2 + a^2y^2 = 0$ .

13. (அ) சுற்று வளையை விளக்குக.

Explain the cycloid.

Or

(ஆ)  $(a^2 + x^2)y = a^2x$  என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve  $(a^2 + x^2)y = a^2x$ .

14. (அ)  $f(x)$  ஒர் ஒற்றைச் சார்பு எனில்  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$  எனக் காட்டுக.

If  $f(x)$  is an odd function, then prove that

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Or

(ஆ)  $\int \sec^n x dx$  -ன் சுருக்கு சூத்திரம் காண்.

Find a reduction formula for  $\int \sec^n x dx$ .

10. (அ) நிரூபி :

(i)  $n$  ஒரு மிகை முழு எண் எனில்  $\Gamma(n+1) = n!$

(ii)  $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ .

Prove :

(i) If  $n$  is a positive integer, then  $\Gamma(n+1) = n!$

(ii)  $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ .

Or

(ஆ) கணக்கிடுக :  $\int_0^1 x^m \left( \log \frac{1}{x} \right)^n dx$ .

Evaluate :  $\int_0^1 x^m \left( \log \frac{1}{x} \right)^n dx$ .

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

10. (அ)  $y^2 = 4ax$  என்ற பரவளையத்தின் செங்குத்து வளைவரை காண்.

Find the evolute of the parabola  $y^2 = 4ax$ .

Or

(ஆ)  $x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$  என்ற சுற்று வளையின் வளைவு ஆரம் காண்.

Find the radius of curvature of the cycloid  $x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$ .

17. (அ)  $2x^4 - 5x^2y^2 + 3y^4 + 4x^3 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0$  -ன்

செவ்வக தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்.

Find the rectilinear asymptotes of  $2x^4 - 5x^2y^2 + 3y^4 + 4x^3 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0$ .

Or

(ஆ)  $x^4 - 2ay^3 - 3ay^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$  என்ற வளைவரையின் இரட்டைப் புள்ளிகளை ஆராய்க.

Examine the double points of the curve  $x^4 - 2ay^3 - 3ay^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$ .

18. (அ)  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$  என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ .

Or

(ஆ)  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ .

19. (அ) மதிப்பிடுக :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$ .

Evaluate :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$ .

Or

(ஆ)  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  என்ற கோளத்தின் மிகை எண் பகுதி வழியாக  $\iiint xyz \, dx \, dy \, dz$  -ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate  $\iiint xyz \, dx \, dy \, dz$  taken through the positive octant of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

20. (அ) நிரூபி :  $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$ .

Prove :  $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$ .

Or

(ஆ) மதிப்பிடுக :

$$(i) \int_0^{\pi/2} \sin^7 \theta \cos^5 \theta d\theta .$$

$$(ii) \int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta .$$

Evaluate :

$$(i) \int_0^{\pi/2} \sin^7 \theta \cos^5 \theta d\theta .$$

$$(ii) \int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta .$$

---