Reg. No. : ....

Code No. : 21147 Sub. Code : JSMA 3 A/ JSMC 3 A

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Third Semester

Mathematics/Maths with CA – Main

Skill Based Subject —VECTOR CALCULUS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. திசை வகைக்கெழு உச்ச அளவாக இருக்க அது மேற்பரப்பு செங்குத்து மீது ஏற்படுத்தும் கோணம்

(அ) 0

(ஆ) $\frac{\pi}{2}$

(இ) π

(ஈ) இவைகள் யாவும் இல்லை

The directional derivative is maximum when t
angle made by it with the normal to the surface

(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) π (d) None of these

2. $\varphi = x + xy^2 + yz^3$ எனில் $\nabla\varphi$–இன் மதிப்பு

(அ) $(x + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz\vec{k}$

(ஆ) $(1 + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(இ) $(1 + z^2)\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(ஈ) $z^2\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3y\vec{k}$

If $\varphi = x + xy^2 + yz^3$, then $\nabla\varphi$ is

(a) $(x + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz\vec{k}$

(b) $(1 + y^2)\vec{i} + (2xy + z^3)\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(c) $(1 + z^2)\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3yz^2\vec{k}$

(d) $z^2\vec{i} + 2xy\vec{j} + 3y\vec{k}$

3. $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + 3\vec{k}$ எனில் $\nabla.r$–இன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) 2 (ஈ) 3

If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + 3\vec{k}$ then $\nabla.r$ is

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

4. $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ என்ற வெக்டரை சார்ந்துள்ள ஒரு அலகு வெக்டர்

(அ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{5}$ (ஆ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{3}$

(இ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{2}$ (ஈ) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{4}$

The unit vector corresponding to $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ is

(a) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{5}$ (b) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{3}$

(c) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{2}$ (d) $\frac{2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}{4}$

5. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \geq 0$ என்ற அரைக் கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

(அ) πa^2 (ஆ) $2\pi a^2$

(இ) $3\pi a^2$ (ஈ) $4\pi a^2$

The surface area of the hemisphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \geq 0$ is

(a) πa^2 (b) $2\pi a^2$

(c) $3\pi a^2$ (d) $4\pi a^2$

6. எந்த அடைப்பட வளைவரையின் மீதும் $\int \vec{r} \cdot d\vec{r}$ -
மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 2π

(இ) $-\pi$ (ஈ) π

The value of $\int \vec{r} \cdot d\vec{r}$ along any closed curve is

(a) 0 (b) 2π

(c) $-\pi$ (d) π

7. V என்பது S என்ற மேற்பரப்பால் உண்ட
$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் கன அளவு எ
$\iint \vec{r} \cdot ds =$

(அ) V (ஆ) 2V

(இ) 3V (ஈ) 4V

If V is the volume of the region enclosed by
surface S of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, t
$\iint \vec{r} \cdot ds =$

(a) V (b) 2V

(c) 3V (d) 4V

C என்பது $x^2 + y^2 = 1$ எனும் வட்டம் எனில், $\int (x - 2y)\,dx + x\,dy$ –இன் மதிப்பு

(அ) π (ஆ) 2π

(இ) 3π (ஈ) 4π

If the circle $x^2 + y^2 = 1$, then $\int (x - 2y)\,dx + x\,dy$ is

(a) π (b) 2π

(c) 3π (d) 4π

$x = r\cos\theta$ மற்றும் $y = r\sin\theta$ என்ற உருமாற்றங்களின் ஜேகோபியன்

(அ) r

(ஆ) $r\cos\theta$

(இ) $r\sin\theta$

(ஈ) இவை எதுவுமில்லை

The Jacobian of the transformations $x = r\cos\theta$ and $y = r\sin\theta$ is

(a) r (b) $r\cos\theta$

(c) $r\sin\theta$ (d) none of the above

10. $\iint \vec{A}.ds = \iiint (\nabla \cdot \vec{A})\, dV$ என்பது

(அ) காஸ் டைவர்ஜன்ஸ் தேற்றம்

(ஆ) கிரீன் தேற்றம்

(இ) ஸ்டோக் தேற்றம்

(ஈ) இவைகள் யாவும் இல்லை

$\iint \vec{A}.ds = \iiint (\nabla \cdot \vec{A})\, dV$ is

(a) Gauss divergence theorem

(b) Green's theorem

(c) Stoke's theorem

(d) none of the above

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 6$ என்ற மேற்பரப்பில் $(2, 0,$ என்ற புள்ளியில் ஒரு அலகு செங்குத்து வெக்ட காண்க.

Find the unit vector normal to the surf $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 6$ at $(2, 0, 1)$.

Or

(ஆ) $\nabla \varphi = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$ எனில் φ–இன் மதிப்புக் காண்க.

Find φ if

$\nabla \varphi = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$

12. (அ) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ மற்றும் $\vec{r} = |\vec{r}|$ எனில் $\nabla.(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$ என நிரூபிக்கவும்.

If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and $\vec{r} = |\vec{r}|$. Show that $\nabla.(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$.

Or

(ஆ) வெக்டர் புள்ளி சார்பு

$$(y - z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j} + (3xy - 2xz + +2z)\vec{k}$$

சொலினாய்டல் என நிறுவுக.

Show that the vector point function

$$(y - z^2 + 3yz - 2x)\vec{i} + (3xz + 2xy)\vec{j} + (3xy - 2xz + +2z)\vec{k}$$

is solenoidal.

13. (அ) $F = (2xy + z^2)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}$ என்ற வெக்டருக்கு $(1,-2,1)$ மற்றும் $(3,1,4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கக் கூடிய ஏதாவது ஒரு வளைவரையின் மீது $\int F.dr$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int F.dr$ along any curve joinin
(1,–2,1) to (3,1,4) to the vector functio
$F = (2xy + z^2)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}$

Or

(ஆ) $A = 18z\vec{i} - 12\vec{j} + 3y\vec{k}$ மற்றும் S என்பது மு
அரைக்கால் வளாகத்தில் உள்
$2x + 3y + 6z = 12$ எனில் $\iint A \cdot ndS$ -
மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iint A \cdot ndS$,

$A = 18z\vec{i} - 12\vec{j} + 3y\vec{k}$ and S is the surfa
$2x + 3y + 6z = 12$ in the first octant.

14. (அ) $F = x^2 i + y^2 j + z^2 k$ மற்றும் V என்
$0 \le x, y, z \le 1$ என்பதால் சூழப்பட்ட கனசது
எனில் $\iiint \nabla . F\, dv$ –ஐ மதிப்பை காண்க.

Evaluate $\iiint \nabla . F\, dv$. If $F = x^2 i + y^2 j +$
and if V is the volume of the region enclo
by the cube $0 \le x, y, z \le 1$.

Or

(ஆ) $\vec{f} = (x^3 - yz)\,\vec{i} - 2x^2y\vec{j} + 2\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = a$, $z = a$. ஆகியவற்றால் சூழப்பட்ட கனசதுரம் எனில், காஸின் விரிவு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\iint \vec{f}.nds$ – ஐக் காண்க.

By using Gauss divergence theorem, find $\iint \vec{f}.nds$ where $\vec{f} = (x^3 - yz)\vec{i} - 2x^2y\vec{j} + 2\vec{k}$ and S is the cube bounded by $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = a$, $z = a$.

15. (அ) C என்பது $y = x^2$ மற்றும் $y^2 = x$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்பட்ட பரப்பிடம் R இன் வரம்பு எனில் கிரீன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\int (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்பட்ட பரப்பிடம் R –இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

Using Green's theorem evaluate $\int (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$, where C is the boundary of the region R, enclosed by $y = x^2$ and $y^2 = x$.

Or

(ஆ) $A = y\vec{i} + 2zy\vec{j} + y^2\vec{k}$ மற்றும் S என்ப
$x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ என்
அரைக்கோளத்தின் மேற்பரப்பு எனில்
$\iint (\nabla \times A).dS$ –இன் மதிப்பைக் காண்க.

If $A = y\vec{i} + 2zy\vec{j} + y^2\vec{k}$, evaluate the integr
$\iint (\nabla \times A).dS$, where S is the upper half
the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0$.

PART C — $(5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (i) $(0,1,1)$ என்ற புள்ளியில் $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ என்
திசையில் $\varphi = x + xy^2 + yz^3$ என்பதற்கா
திசை வகைக்கெழுவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(ii) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ மற்றும் $r = |\vec{r}|$ எனி
$\nabla.(\log r) = \dfrac{\vec{r}}{r^2}$ என நிரூபிக்கவும்.

(i) Find the directional derivative
$\varphi = x + xy^2 + yz^3$ at $(0,1,1)$ in th
direction $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$

(ii) If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and $r = |\vec{r}|$, show th
$\nabla.(\log r) = \dfrac{\vec{r}}{r^2}$.

Or

(ஆ) $\nabla\varphi = (y + y^2 + z^2)\vec{i} + (x + z + 2xy)\vec{j} + (y + 2zx)\vec{k}$
மற்றும் $\varphi(1,1,1) = 3$ எனில் φ இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

If $\nabla\varphi = (y + y^2 + z^2)\vec{i} + (x + z + 2xy)\vec{j} + (y + 2zx)\vec{k}$
and if $\varphi(1,1,1) = 3$, find φ.

17. (அ) (i) $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ எனக் காண்பிக்கவும்.

(ii) φ என்பது ஒரு திசையில்லாத புள்ளிச்சார்பு எனில் ; φ இன் கிரேடியன்டின் கர்ல் மறையும் என நிரூபிக்கவும்.

(i) Prove that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$.

(ii) If φ is a scalar point function then prove that the curl of the gradient of φ vanishes.

Or

(ஆ) (i) φ என்பது இசைச்சார்பு எனில் $\nabla\varphi$ என்பது சொலினாய்டல் எனக் காண்பிக்கவும்.

(ii) $(3x^2 + 2y^2 + 1)\,\vec{i} + (4xy - 3y^2z - 3)\vec{j} + (2 - y^3)\vec{k}$ என்ற வெக்டர் இர்ரொட்டேஷனல் எனக் காண்பிக்கவும்.

(i) If φ is a harmonic function, show th[at] $\nabla \varphi$ is solenoidal

(ii) Show the vector

$$(3x^2 + 2y^2 + 1)\vec{i} + (4xy - 3y^2z - 3)\vec{j} + (2 - y^3)\vec{k} \text{ is irrotational}$$

18. (அ) $A = x\vec{i} + y\vec{j} - 23\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x \circ y$ தளத்திற்கு மேல் உள்ள $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என் கோளத்தின் மேற்பரப்பு எனில் $\iint A.ndS$ -இ மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

Evaluate $\iint A.ndS$ if $A = x\vec{i} + y\vec{j} - 23\vec{k}$ an S is the surface of the spher $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ above the $x \circ y$ - plane.

Or

(ஆ) $\vec{A} = yz\vec{i} + zx\vec{j} - xy\vec{k}$ மற்றும் C என்ப $O(0,0,0)$–யிலிருந்து $A(2,0,0)$ வரையிலு A–யிலிருந்து $B = (2,4,0)$ வரையிலும் மற்று B–யிலிருந்து $C = (2,4,8)$ வரையிலும் உள் நேர்கோடுகளால் ஆன வளைவரை எனில் $\int \vec{A}.d$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

If $\vec{A} = yz\vec{i} + zx\vec{j} - xy\vec{k}$, evaluate $\int \vec{A}.d$ where C is the curve obtained by joinin $O(0,0,0)$ to $A(2,0,0)$ then A to $B = (2,4,0)$ and then B to $C = (2,4,8)$ by straight lines.

19. (அ) $A = (x+y)\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}$ என்ற வெக்டர் $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$. என்ற தளங்களை எல்லைகளாகக் கொண்ட கனசதுரத்தின் V என்ற பரப்பிடத்தில் மீது டைவர்ஜன்ஸ் தேற்றத்தை நிவர்த்தி செய்யும் என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

Verify Gauss divergence theorem $A = (x+y)\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}$ taken over the region V of the cube bounded by the planes $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

Or

(ஆ) $A = 2x^2y\vec{i} - y^2\vec{j} + 4xz^2\vec{k}$ மற்றும் A என்பது $y^2 + z^2 = 9$ என்ற உருளை மற்றும் $x = 2$ என்ற தளம் ஆகியவற்றால் அடைக்கப்பட்டுள்ள கன அளவு எனில் $\iiint \nabla.AdV$ –இன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iiint \nabla.AdV$ if $A = 2x^2y\vec{i} - y^2\vec{j} + 4xz^2\vec{k}$ and V is the volume in the first octant bounded by the cylinder $y^2 + z^2 = 9$ and the plane $x = 2$.

20. (அ) C என்பது $x = 0, y = 0, x + y = 1$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்பட்ட R என்ற பரப்பிடத்தின் வரம்பு எனில், $\int_C (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ என்ற தொகையீடு கிரீன் தேற்றத்தை நிவர்த்திச் செய்யும் என்பதை சரிபார்க்கவும்.

Verify Green's theorem for $\int_C (3x^2 - 8y^2) dx$

$(4y - 6xy) dy$ where C is the boundary of t

region R enclosed by $x = 0, y = 0, x + y = 1$

Or

(ஆ) $A = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ என்ற வெக்டர் $O(0, 0,$ $A(a,0,0)$, $B(a,a,0), C(0,a,0)$ ஆகியவற் முனைகளாக கொண்ட $x \circ y$ தளத்தில் உள்ள மேற்பரப்பு மற்றும் அதனுடைய வரம்பு ஸ்டோக் தேற்றத்தை நிவர்த்தி செய்யும் என்ப சரிபார்க்கவும்.

Verify stokes theorem for $A = x^2\vec{i} +$ taken over then square surfaces S in $x \circ y$ place whose vertices are $O(0,0,$ $A(a,0,0)$, $B(a,a,0), C(0,a,0)$ and over boundary.